1.2.3 Porovnávání a zaokrouhlování desetinných čísel

Předpoklady: 010202

Pedagogická poznámka: Je třeba postupovat tak, aby všichni stihli příklad 9.

Př. 1: Odhadni výsledky.

a) $21 \cdot 49 \cdot 256$ b) $5841 + 4192 + 21$ c) $14582 : 704$
d) $12089 - 3150$ e) $457 \cdot 553$

a) $21 \cdot 49 \cdot 256 \doteq 20 \cdot 50 \cdot 256 = 1000 \cdot 256 = 256\,000$ (přesně 263 424)
b) $5841 + 4192 + 21 \doteq 5800 + 4200 = 10000$ (přesně 10 054)
c) $14582 : 704 \doteq 14000 : 700 = 20$ (přesně 20,713068..)
(lepší odhad: $14582 : 704 \doteq 14700 : 700 = 21$ $\Rightarrow$ správný výsledek bude o něco menší než 21)
d) $12089 - 3150 \doteq 12100 - 3100 = 9000$ (přesně 8939)
e) $457 \cdot 553 \doteq 500 \cdot 500 = 250000$ (přesně 252 721)
(jiný odhad $400 \cdot 600 = 240\,000$)

Př. 2: Odhadni, které z čísel 228 828, 228 833, 228 837, 228 842 je výsledkem součinu $781 \cdot 293$. Jak sis výsledek vybral?

Jediným možným výsledkem je číslo 228 833. Když si představíme určování součinu násobením pod sebou je jasné, že číslo na místě jednotek výsledku se rovná $1 \cdot 3 = 3$. Jediné číslo, které tomuto požadavku odpovídá, je číslo 228 833.

Pedagogická poznámka: Předchozí příklad je po odhadech zařazen schválně. Cílí na typickou vlastnost dělat všechno pořád stejně. Příklad 1 je založen na zaokrouhlování, v příkladu 2 zaokrouhlování nepomáhá a je třeba se o řešení pokusit z úplně jiné strany. Právě to žákům říkám v době, kdy se o řešení pokoušejí.

Desetinná čísla jsou rozšířením klasického zápisu desítkové soustavy, proto porovnávání i zaokrouhlování provádíme stejně jako u celých čísel.

Př. 3: Porovnej dvojice desetinných čísel.

a) $2{,}7 \quad 2{,}4$ b) $3{,}14 \quad 3{,}27$ c) $15{,}7 \quad 16{,}3$
d) $126{,}32 \quad 121{,}99$ e) $5{,}1 \quad 5{,}09$ f) $10{,}10 \quad 10{,}1$

a) $2{,}7 > 2{,}4$ b) $3{,}14 < 3{,}27$ c) $15{,}7 < 16{,}3$
d) $126{,}32 > 121{,}99$ e) $5{,}1 > 5{,}09$ f) $10{,}10 = 10{,}1$

Pedagogická poznámka: Chyby se vyskytují výjimečně a stačí se většinou zeptat, zda jsou si jistí, že mají příklad správně. Pouze v bodu e) se objevují systematické chyby způsobené tím, že platí $9 > 1$ a proto $5{,}09 > 5{,}1$. V takovém případě žáci nerozlišují mezi setinami a desetinami a je třeba jim ukázat, že to není to samé. Nejjednodušší je doplnit do čísla 5,1 jednu nulu na 5,10 a pak se bavit, jaký je rozdíl mezi desetinami a setinami (a opět se možná narazí na problém s tím, že žák nemá představu, jaký mezi desetinami a setinami vztah).

Př. 4: Zaokrouhli čísla na červeně vyznačený řád (například 3652 znamená zaokrouhlit na desítky: $3652 \doteq 3650$).
a) 2127 b) 2127 c) $3,8$ d) $2,1$

a) $2127 \doteq 2100$
b) $2127 \doteq 2130$
c) $3,8 \doteq 4$
d) $2,1 \doteq 2$

Pedagogická poznámka: V bodech c) a d) se mohou objevit i dost překvapivé výsledky (například 0). Řešíme to upozorněním, že zaokrouhlená hodnota musí být blízká nezaokrouhlené a zaokrouhlování v desetinných místech probíhá stejně jako před desetinou čárkou (pomáhá i zaokrouhlení čísla 38 na desítky).

Př. 5: Zaokrouhli čísla na červeně vyznačený řád (například 3652 znamená zaokrouhlit na desítky: $3652 \doteq 3650$).
a) $3,16$ b) $3,16$ c) $9,996$ d) $15,095$

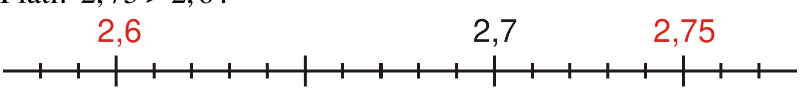
a) $3,16 \doteq 3$
b) $3,16 \doteq 3,2$
c) $9,996 \doteq 10,00$
d) $15,095 \doteq 15,10$

Výsledek zaokrouhlování čísla $9,996 \doteq 10,00$ bychom mohli psát i s vynecháním nul za desetinou čárkou jako 10. 10,00 je stejné číslo jako 10, ale v obou číslech je rozdíl, můžeme se z nich dozvědět, s jakou přesností jsme číslo zaokrouhlili:

- číslo 10,00 bylo zaokrouhleno na setiny,
- číslo 10 bylo zaokrouhleno na celá čísla.

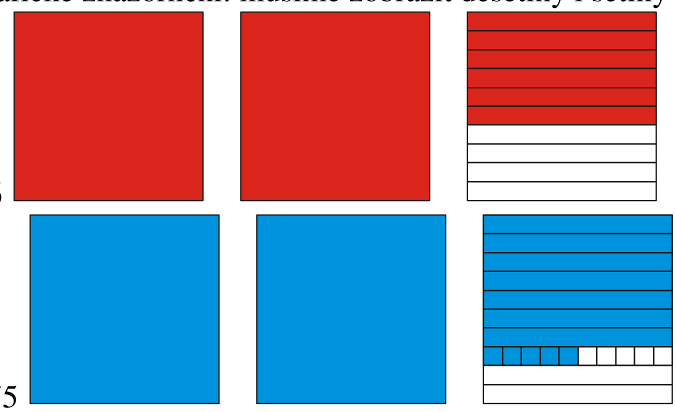
Př. 6: Porovnej čísla $2,75$ a $2,6$. Výsledek ověř:
a) zobrazením obou čísel na číselné ose,
b) grafickým znázorněním obou čísel.

Platí: $2,75 > 2,6$.



Na číselné ose leží obraz čísla 2,75 více vpravo.
Grafické znázornění: musíme zobrazit desetiny i setiny $\Rightarrow$ využijeme dělení čtverce.

2,6



2,75

Pedagogická poznámka: Předchozí příklad je synchronizační. Žáci mají problémy hlavně s nalezením grafického znázornění čísel. Často se pokouší využívat koláče, na kterých setiny nezobrazí. Zatímco předchozí příklady kontrolujeme z projektoru, výsledky předchozího žáci nakresli (najednou na tabuli) a pak jednotlivé nápady procházíme, komentujeme, necháváme si je dovysvětlovat a případně je vylepšujeme. Což je určitě zajímavé (bohužel je třeba hlídat čas).

Př. 7: Je následující postup porovnávání desetinných čísel správný?
Porovnávám čísla $15,8$ a $15,67$. Počet jednotek je stejný, porovnávám část za desetinnou čárkou. Platí $8 < 67$ a proto $15,8 < 15,67$.
Pokud postup není správný, najdi místo, kde je v úvaze chyba.

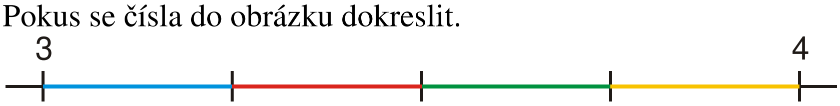
Postup je špatný. Nemůžeme porovnávat počet desetin se setinami (desetiny jsou desetkrát větší než setiny).
Doplníme obě čísla na setiny: 15,80 a 15,67, platí $80 > 67$ a proto $15,80 > 15,67$.
Jiné řešení (v podstatě stejné): desetiny jsou desetkrát větší než setiny $\Rightarrow$ vynásobíme počet desetin deseti: $80 > 67$ a proto $15,80 > 15,67$.

Pedagogická poznámka: V předchozím příkladu jde o nalezení místa, kde došlo k chybě. Žáci většinou nejdříve vidí příčinu v nerovnosti $8 < 67$, která je správná.

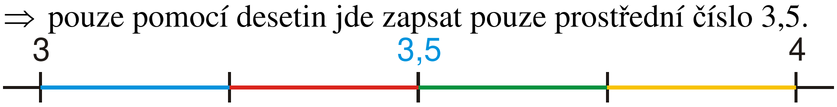
Př. 8: Kluci nahlásili následující velikosti: Petr 164 cm, Jarda 1,61 m, Michal 1,7 m, Pepa 1,57 m, Vašek 16,5 dm. Seřaď je podle velikosti a u každého uveď výšku v metrech.

Michal	1,7 m
Vašek	1,65 m
Petr	1,64 m
Jarda	1,61 m
Pepa	1,57 m

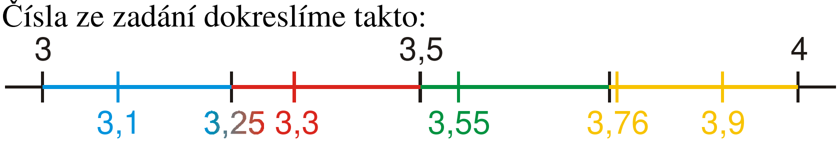
Př. 9: Na obrázku je znázorněna část číselné osy. Která ze znázorněných a nepopsaných čísel jsou desetinná čísla, jejichž necelou část můžeme napsat pouze pomocí desetin? Dokresli tato čísla do obrázku. Na které části osy leží obrazy čísel:
a) 3,1 b) 3,9 c) 3,55 d) 3,3 e) 3,76 f) 3,25.
Pokus se čísla do obrázku dokreslit.



Osa je mezi čísly 3 a 4 rozdělena na čtyři díly $\Rightarrow$ jeden díl má velikosti 0,25 (jednu čtvrtinu) $\Rightarrow$ pouze pomocí desetin jde zapsat pouze prostřední číslo 3,5.



Čísla ze zadání dokreslíme takto:



Př. 10: Najdi mezi následujícími čísly ta, která jsou stejná po zaokrouhlení na desetiny i na celá čísla.
$15,91$ $\quad 22,04$ $\quad 7,96$ $\quad 19,96$ $\quad 1,079$ $\quad 4,04$

	15,91	22,04	7,96	19,96	1,079	4,04
zaokrouhlení na desetiny	15,9	22,0	8,00	20,0	1,1	4,0
zaokrouhlení na celá čísla	16	22	8	20	1	4

Stejný výsledek jsme získali u čísel 22,04; 7,96; 19,96 a 4,04.

Př. 11: Jak musí vypadat číslo, které po zaokrouhlení na desetiny i na celé číslo dá stejný výsledek?

Zkusíme zaokrouhlit nějaké číslo:

- na desetiny: $4,27 \doteq 4,3$,
- na celé číslo: $4,27 \doteq 4$.

$\Rightarrow$ Pokud máme získat v obou případech stejný výsledek, musí být na místě desetin číslice, která se může zaokrouhlit na nulu (kterou pak můžeme vynechat) $\Rightarrow$ dvě možnosti:

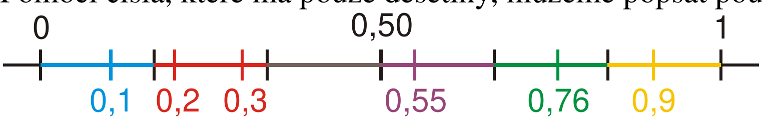
- na místě desetin je 0, na místě setin čísla, která se zaokrouhlují dolů (0, 1, 2, 3, 4),
- na místě desetin je 9, na místě setin čísla, která se zaokrouhlují nahoru (5, 6, 7, 8, 9).

Číslo, které po zaokrouhlení na desetiny i celé číslo dá stejný výsledek, musí mít v desetinném vyjádření 0 - 4 setiny nebo 95 až 99 setin.

Př. 12: Na obrázku je znázorněna část číselné osy. Která ze znázorněných čísel jsou desetinná čísla, jejichž necelou část můžeme napsat pouze pomocí desetin? Dokresli tato čísla do obrázku. Na které části osy leží obrazy čísel:
a) 0,1 b) 0,9 c) 0,55 d) 0,3 e) 0,20 f) 0,76.

Osa je rozdělena na 6 částí $\Rightarrow$ každá část představuje jednu šesti ze 100 setin (všechna čísla, která máme na osu zapsat obsahují pouze setiny).
Kolik setin představuje jeden dílek?
$100:6=16,6...$
40
40
4...

Pomocí čísla, které má pouze desetiny, můžeme popsat pouze prostřední dílek (0,50).



Shrnutí: Desetinná čísla zaokrouhlujeme i porovnáváme analogicky s obyčejnými přirozenými čísly.